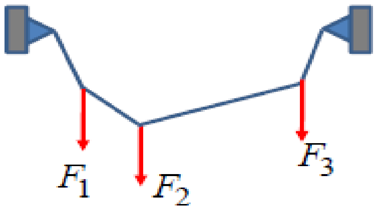
1. Cable sometido a fuerzas puntuales (cable poligonal).



$$\sum M = 0 \text{ (en cualquier punto)}$$

$$\sum F_x = 0; \ \sum F_y = 0$$

$$\sum M = 0 \text{ (parte derecha/izquierda)}$$

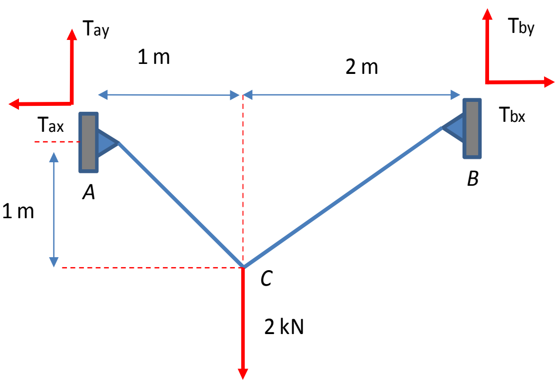
$$\mathbf{T_{max}} = \sqrt{\mathbf{T_o^2 + T_y^2}} \ \ (\mathbf{1})$$

Nota: ↑ altura ↑ tensión

$$\mathbf{\tan\alpha} = \frac{\mathbf{T_y}}{\mathbf{T_o}} \ \ (\mathbf{2})$$

(1) y (2) valen para los tres modelos.

<u>Ejemplo 1. Calcular las reacciones:</u>



$$\text{EDSI} = \text{R} - \text{EDOF} = 4 - 3 = 1$$

$$\sum M_B = 0 \rightarrow 3.T_{ay} - 2.2 = 0 \rightarrow T_{ay} = \frac{4}{3} \text{ kN}$$

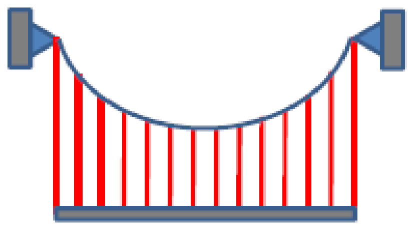
$$\sum F_y = 0 \rightarrow T_{by} = \frac{2}{3} \text{ kN}$$

$$\sum M_C = 0 \rightarrow T_{ay} - T_{ax} = 0 \rightarrow T_{ax} = \frac{4}{3} \text{ kN } (\leftarrow)$$

$$\sum F_x = 0 \rightarrow T_{bx} = \frac{4}{3} \text{ kN } (\rightarrow)$$

2. Cable parabólico.

Este cable está sometido a la acción de una carga distribuida uniformemente de valor q (N/m). Tanto este cable como la catenaria se tratan en dos mitades, desde el punto más bajo a cada soporte. Si el cable es simétrico entonces $x_{1/2} = x$.



$$\mathbf{y - y_0 = f = \frac{q}{2T_o} x_{1/2}^2}$$

y: altura (m)

$\mathbf{y_0}$: punto más bajo (m)

$\mathbf{x_{1/2}}$: mitad de longitud de horizontal (m)

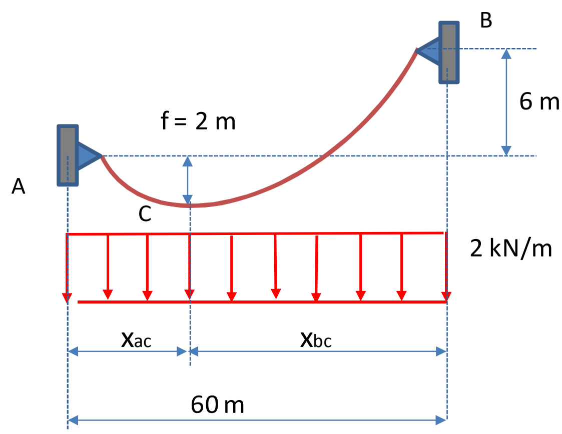
f: flecha (m)

$\mathbf{T_o}$: tensión mínima (horizontal) (N)

q: peso que soporta el cable (N/m)

$$T_y = q.x_{1/2} \rightarrow T_y = \frac{qL}{2} \text{ (si hay simetría)}$$

<u>Ejemplo 2. Calcular las reacciones:</u>



$$y - y_0 = 2 = \frac{2}{2T_o} x_{ac}^2 \ \ \mathbf{(3)}$$

$$y - y_0 = 8 = \frac{2}{2T_o} x_{bc}^2 \ \ \mathbf{(4)}$$

$$4 = \frac{x_{bc}^2}{x_{ac}^2} \to x_{bc} = 2x_{ac} \ \ (\text{combinando 3 y 4})$$

$$x_{ac} + x_{bc} = 60 \to x_{ac} = 20\ \text{m} \to x_{bc} = 40\ \text{m}$$

$$T_o = \frac{x_{ac}^2}{2} = 200\ \text{kN}$$

$$T_{ay} = q.x_{ac} = 2.20 = 40\ \text{kN}$$

$$T_{by} = q.x_{bc} = 2.40 = 80\ \text{kN}$$

$$\mathbf{T_a} = (\mathbf{T_o}, \mathbf{T_{ay}}) = (-\mathbf{200}, \mathbf{40})\ \mathbf{kN}$$

$$\mathbf{T_b} = (\mathbf{T_o}, \mathbf{T_{by}}) = (\mathbf{200}, \mathbf{80})\ \mathbf{kN}$$

3. Catenaria.

La catenaria es un cable que simplemente está sujeto a la acción de su propio peso, y que podemos ver en infinidad de ocasiones en la naturaleza (por ej. en una tela de araña o en una cadena apoyada en dos puntos).

$$\mathbf{a} = \frac{\mathbf{T_o}}{\mathbf{p}} = \text{parámetro de la catenaria (m)}$$

$\mathbf{T_o}$: tensión mínima (horizontal) (N)

p: peso por unidad de longitud (N/m)

$$\mathbf{y = a\ cosh}\left(\frac{\mathbf{x_{1/2}}}{\mathbf{a}}\right) \to \text{altura (m) ; } \mathbf{(5)}$$

$$\mathbf{s_{1/2} = a\ sinh}\left(\frac{\mathbf{x_{1/2}}}{\mathbf{a}}\right) \to \text{(m); } \mathbf{(6)}$$

s1/2: semi-longitud del cable: $s_T = 2s_{1/2}$

$\mathbf{s_{1/2}^2 = y^2 - a^2} \to$ utilizando (5) y (6)

$T_y = p.s_{1/2}$ (en cada apoyo por simetría)

$\mathbf{T = p.y} \to$ T: tensión vectorial (N)

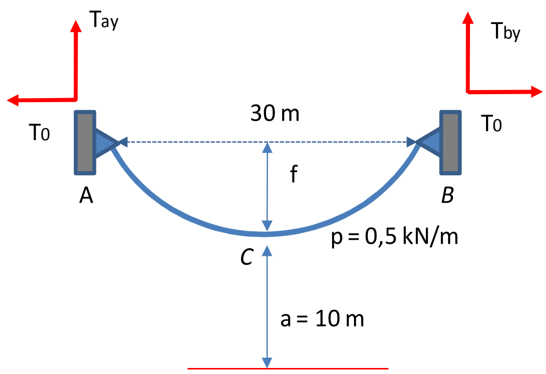
$$\mathbf{T} = \sqrt{\mathbf{T_o^2 + T_y^2}}$$

$$ds^2 = dx^2 + dy^2 \to \left(\frac{ds}{dx}\right)^2 = 1 + \left(\frac{dy}{dx}\right)^2$$

$$ds = \sqrt{1 + y'^2}.dx \to \mathbf{s} = \int_{\mathbf{a}}^{\mathbf{b}} \sqrt{\mathbf{1 + y'^2}}\,\mathbf{.dx}$$

Nota: ecuación solo a emplear si se conoce y(x). Es una expresión poco empleada en este tipo de problemas.

<u>Ejercicio 3: Calcular la reacción en los apoyos y la longitud del cable:</u>



$$a = \frac{T_o}{p} \to \mathbf{T_o} = a.p = 5\ \text{kN}$$

$$y = a\ \cosh\left(\frac{x_{1/2}}{a}\right) = 10\cosh\left(\frac{15}{10}\right) = 23{,}52\ \text{m}$$

$$T = py = 11{,}76\ \text{kN}$$

$$\mathbf{T_{ay}} = \mathbf{T_{by}} = \sqrt{T^2 - T_o^2} = 10{,}64\ \text{kN}$$

<u>Calculo de la longitud:</u>

$$s_{1/2} = \sqrt{y^2 - a^2} = 21{,}29\ \text{m}$$

$$s_{1/2} = 10\ \sinh\left(\frac{15}{10}\right) = 21{,}29\ \text{m (verificación)}$$

$$s_T = 2.s_{1/2} = 42{,}58\ \text{m (longitud total)}$$

$$T_{ay} = T_{by} = p.s_{1/2} = 10{,}64\ \text{m (verificación)}$$