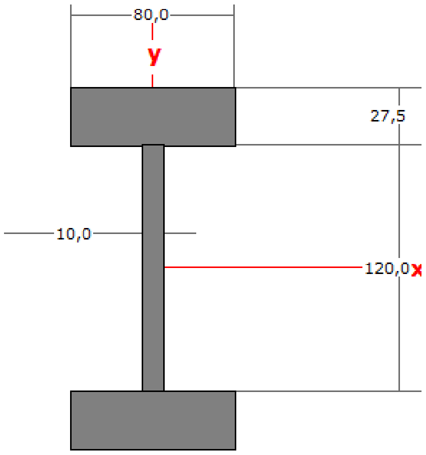
Calcular los diagramas de tensiones normales y cortantes de la siguiente sección, sujeta a N= 100 kN (tracción), V= 8 kN y M_x= 8 kN.m.



Solución:

1. Cálculo de los momentos de inercia:

El centro de masas se obtiene directamente tomando la coordenada "y" como el eje que pasa por el centro de la figura, y la coordenada "x" en el punto medio de la base (los ejes que se muestran en la figura son los que pasan por el COM), luego:

$$(x_{com}, y_{com}) = (0, 87.5\,)mm$$

La inercia se puede calcular rápidamente haciendo uso de su propiedad aditiva. Esto es, la inercia de un rectángulo de 175 por 80 mm menos la de dos rectángulos de 35 por 120 mm:

$$I_x = \frac{1}{12}80.175^3 - 2.\left(\frac{1}{12}35.120^3\right)$$

$$\boldsymbol{I_x = \ 25,64.10^6\ mm^4}$$

$$I_y = \frac{1}{12}80^3.175 - 2.(\frac{1}{12}35^3.120 +$$

$$+120.35.22,5^2) = \boldsymbol{2,35.10^6\ mm^4}$$

$\boldsymbol{P_{xy} = 0\ mm^4}$ (por simetría, pues el eje "x" es coincidente en todos los rectángulos)

2. Tensiones normales:

Para calcular las tensiones normales, como solo existe contribución del momento en el sentido del eje "x", se puede utilizar directamente la siguiente ecuación:

$$\sigma_z(y) = \frac{N}{A} + \frac{M_x \cdot y}{I_G}$$

Donde:

σ: tensión normal (Pa)

N: fuerza normal aplicada en la sección (N)

A: área de la sección (m^2)

M_x: momento aplicado en la sección (N.m^2)

y: cota vertical (m)

I_G: momento de inercia (m^4)

Una buena forma de entender y aplicar esta ecuación es la siguiente. El estrés (la tensión o esfuerzo) debido a la compresión (cuando estamos trabajando desde el punto de vista de la compresión, tal y como indica el primer término de la ecuación) es igual a la contribución de dos términos. Uno primero, que es positivo cuando la fuerza es de compresión y negativo cuando es de tracción. El segundo término es positivo, cuando el momento provoca la compresión de la parte superior de la sección ya que "y" también lo es y negativo si provoca tracción en la parte superior de esta (positivo en la parte inferior al ser menos por menos).

Para el caso del ejemplo, al haber un momento que crea compresión en la fibra superior (contribución positiva) y una fuerza normal de tracción, ambos efectos se oponen en las fibras superiores.

$$\sigma_c = \frac{N_c}{A} + \frac{M_x.y}{I_x}$$

$$y_1 = 87{,}5\ mm$$

$$\sigma_1^c = -\frac{100.10^3 N}{5600.10^{-6}\ m^2} + \frac{8.10^3.0{,}0875\ N.m^2}{25{,}64.10^{-6}\ m^4}$$

$$\boldsymbol{\sigma_1^c = 9{,}43\ Mpa\ (C)}$$

$$y_1 = -87{,}5\ mm$$

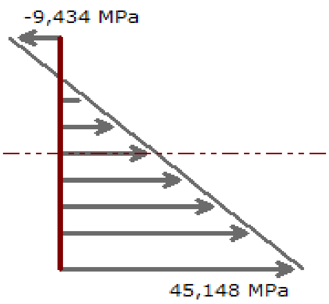
$$\sigma_2^c = -\frac{100.10^3 N}{5600.10^{-6}\ m^2} + \frac{8.10^3.-0{,}0875\ N.m^2}{25{,}64.10^{-6}\ m^4}$$

$$\boldsymbol{\sigma_2^c = 45{,}148\ Mpa\ (T)}$$

$$y_{fn}?$$

$$\sigma_c^s = -\frac{100.10^3 N}{5600.10^{-6}\ m^2} + \frac{8.10^3.y_{fn}\ N.m^2}{25{,}64.10^{-6}\ m^4} = 0$$

$$y_{fn} = 57{,}58\ cm$$



3. <u>Esfuerzo cortante:</u>

El esfuerzo cortante, se puede calcular de acuerdo a la siguiente expresión:

$$\tau = \frac{M_S.V}{I_x.b}$$

Donde:

τ: tensión tangencial (Pa)

V: esfuerzo cortante aplicado en la sección (N)

A: área de la sección (m^2)

M_S: momento estático de la sección (m^3)

I_x: momento de inercia (m^4)

Ahora se aplica la ecuación en todos los puntos en los que haya cambios en la geometría pues el cociente entre cortante e inercia es constante a lo largo de toda la sección.

$$y_1 = 60^+\ mm$$

$$M_{s1} = 27{,}5.80.\left(\frac{27{,}5}{2} + 60\right) = 162.250\ mm^3$$

$$b_1(y) = 80\ mm$$

$$\tau_1 = \frac{8.10^3 N.0{,}00016225\ m^3}{25{,}64.10^{-6}\ m^4.0{,}08\ m} = \boldsymbol{0{,}63\ MPa}$$

$$y_2 = 60^-\ mm$$

$$M_{s2} = M_{s1} = 162.250\ mm^3$$

$$b_2(y) = 10\ mm$$

$$\tau_2 = \frac{8.10^3 N.0{,}00016225\ m^3}{25{,}64.10^{-6}\ m^4.0{,}01\ m} = \boldsymbol{5{,}06\ MPa}$$

$$y_3 = 0\ mm$$

$$M_{s3} = 27{,}5.80.\left(\frac{27{,}5}{2} + 60\right) + 10.60.30\ mm^3$$

$$M_{s3} = 180.250\ mm^3$$

$$b_3(y) = 10\ mm$$

$$\tau_3 = \frac{8.10^3 N.0{,}00018025\ m^3}{25{,}64.10^{-6}\ m^4.0{,}01\ m} = \boldsymbol{5{,}62\ MPa}$$

No es necesario calcular más valores puesto que el diagrama es simétrico: