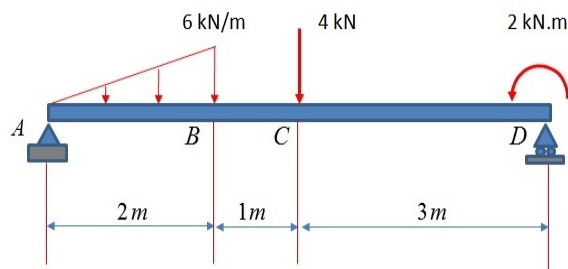


Solución 2º concurso de estructuras.

Sabiendo que la siguiente viga está construida con una sección cuadrada de acero (axa metros) cuyo límite elástico es 200 MPa, calcular su dimensión mínima para que soporte el sistema de fuerzas dado sin que entre dentro del dominio plástico, con un coeficiente de seguridad igual a 2:



a) Reacciones

$$\sum M_D = 0 \rightarrow$$

$$6V_A - \frac{1}{2} \cdot 6 \cdot 2 \cdot (4 + 2/3) - 4 \cdot 3 - 2 = 0$$

$$V_A = 7 \text{ kN}$$

$$\sum F_y = 0 \rightarrow V_D = 3 \text{ kN}$$

b) Leyes de esfuerzo

$$0 \leq x \leq 2$$

$$V_1 = 7 - V_T \text{ kN}$$

$$M_1 = 7x - M_T \text{ kN.m}$$

$$q(x) = \frac{q_0 x}{L} = 3x$$

$$V_T(x) = \int_0^x 3\xi \cdot d\xi = \frac{3x^2}{2}$$

$$M_T(x) = \int_0^x \frac{3\xi^2}{2} \cdot d\xi = \frac{x^3}{2}$$

$$V_1 = 7 - \frac{3x^2}{2} \text{ kN}$$

$$M_1 = 7x - \frac{x^3}{2} \text{ kN.m}$$

$$M_{\max} \rightarrow \frac{dM(x)}{dx} = V(x) = 0 \rightarrow x \notin [0, 2]$$

$$M_{\max} = M_1(x = 2) = 10 \text{ kN.m}$$

$$2 \leq x \leq 3$$

$$V_2 = 7 - \frac{1}{2} \cdot 6 \cdot 2 = 1 \text{ kN}$$

$$M_2 = 7x - \frac{1}{2} \cdot 6 \cdot 2 \cdot (x - 4/3) = x + 8 \text{ kN.m}$$

$$M_{\max} = M_2(x = 3) = 11 \text{ kN.m}$$

$$3 \leq x \leq 6$$

$$V_3 = -3 \text{ kN}$$

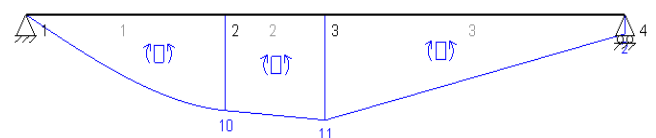
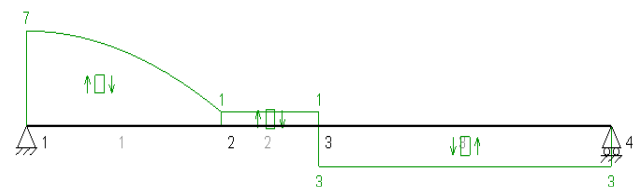
$$M_3 = 3x' + 2 \rightarrow x + x' = 6 \rightarrow x' = 6 - x$$

$$M_3 = 3 \cdot (6 - x) + 2 = -3x + 20 \text{ kN.m}$$

$$M_{\max} = M_3(x = 3) = M_2(x = 3) = 11 \text{ kN.m}$$

Máximo momento en la viga: **M = 11 kN.m**

c) Diagramas de esfuerzo



d) Dimensionamiento

$$C_s = 2; \sigma_Y = 200 \text{ MPa}$$

$$C_s = \frac{\sigma_Y}{\sigma_{all}} \rightarrow \sigma_{all} = \frac{200 \text{ MPa}}{2} = 100 \text{ MPa}$$

$$\sigma = \frac{M_{x,y}}{I_x}$$

Donde:

σ : tensión (Pa)

M_x : momento aplicado en la sección (N.m)

y : cota vertical (m)

I_x : momento de inercia (m⁴)

Luego para calcular la tensión máxima:

$$\sigma_{max} = \frac{M_{max.Y_{max}}}{I_x}$$

$$y_{max} = a/2 \text{ m}$$

$$I_x = \frac{1}{12} b \cdot h^3 = \frac{1}{12} a^4 \text{ m}^4 \text{ (sección cuadrada)}$$

$$\sigma(y_{max}) = 100 \text{ MPa} = \frac{11 \cdot 10^{-3} \text{ MN} \cdot \text{m} \cdot \frac{a}{2} \text{ m}}{\frac{1}{12} a^4 \text{ m}^4}$$

$$a = 87,065 \text{ mm}$$

Luego la sección rectangular tendrá unas dimensiones de **axa = 75,803 cm²**.