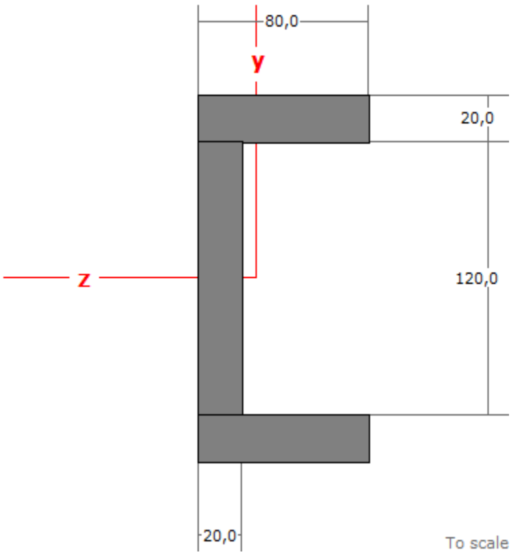
Calcular para la siguiente seccion, su centro de masas, momento y producto de inercia así como sus direcciones principales de inercia.



Para realizar el ejercicio, divimos la sección en tres rectángulos, uno de 160 x 20 y dos de 60 x 20. Una vez hecho esto, y dado que se conoce la expresión del momento de inercia de un rectángulo con respecto a los ejes que pasan por su centro de gravedad:

$$\mathbf{I_x = \frac{1}{12} b.h^3}$$

$$\mathbf{I_y = \frac{1}{12} h.b^3}$$

podemos calcular estos primero y aplicar posteriormente el teorema de Steiner:

$$\mathbf{I_1 = I_o + Ad^2}$$

para obtener así la inercia con respecto a los ejes que pasan por el centro de gravedad de la geometría completa.

Por otra parte, el producto de inercia se calcula de acuerdo a la siguiente expresion:

$$\boldsymbol{P_{xy} = A.(x_1 - x_G).(y_1 - y_G)}$$

Comenzamos el cálculo:

$$z_G = \frac{2.60.20.50 + 20.160.10}{5600} = 27{,}14\ mm$$

$$y_G = 80\ mm$$

$$I_z = 2\left(\frac{1}{12}60.20^3 + 60.20.70^2\right) + \frac{1}{12}20.160^3 = \mathbf{18,67.10^6\ mm^4}$$

$$I_y = 2\left(\frac{1}{12}20.60^3 + 60.20(50 - 27{,}14)^2\right) + + \frac{1}{12}160.20^3 + 160.20.(10 - 27{,}14)^2$$

$$\boldsymbol{I_y = 3,021.10^6\ mm^4}$$

$$P_{zy} = 160.20.(10 - 27{,}14).(80 - 80) + 60.20(50 - 27{,}14).(10 - 80) + 60.20(50 - 27{,}14).(150 - 80) = 0$$

$$\boldsymbol{P_{zy} = 0\ mm^4\ (simmetry)}$$

$$I_c = \frac{I_z + I_y}{2} = \mathbf{10,84.10^6\ mm^4}$$

$$R = \sqrt{\left(\frac{I_z - I_y}{2}\right)^2 + P_{zy}^2} = \mathbf{7,82.10^6\ mm^4}$$

$$I_{max} = I_c + R = I_z\ (P_{zy} = 0\ mm^4\ )$$

$$I_{min} = I_c - R = I_y\ (P_{zy} = 0\ mm^4\ )$$

$$\alpha = a\tan\left(\frac{-2P_{zy}}{I_z - I_y}\right) = 0$$