

Indicar cuál de los dos materiales siguientes es más adecuado para soportar el sistema de fuerzas indicado en la figura, conociendo la sección de la viga y la propiedad de los materiales.

Datos:

Coefficiente de seguridad compresión = 8

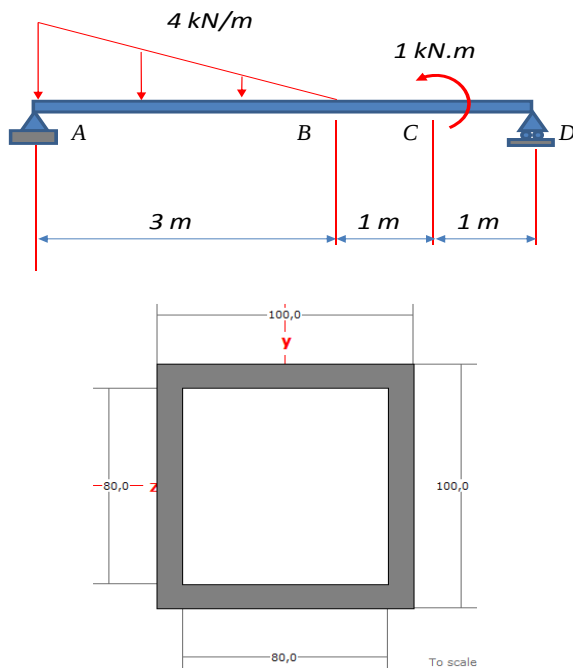
Coefficiente de seguridad cortadura = 10

Material 1:

$$\sigma_Y^c = 300 \text{ MPa}; \tau_{max} = 150 \text{ MPa}$$

Material 2:

$$\sigma_Y^c = 320 \text{ MPa}; \tau_{max} = 50 \text{ MPa}$$



Solución:

1. Reacciones

$$\sum M_D = 0 \rightarrow 5V_A - \frac{1}{2}4.3.4 - 1 = 0$$

$$V_A = 5 \text{ kN}$$

$$\sum F_y = 0 \rightarrow V_D = \frac{1}{2}4.3 - 5$$

$$V_D = 1 \text{ kN}$$

$$\sum F_x = 0 \rightarrow H_A = 0 \text{ kN}$$

2. Leyes de esfuerzo

$$0 \leq x \leq 3$$

$$q(x) = q_0 \left(1 - \frac{x}{L}\right) = 4 \left(1 - \frac{x}{3}\right)$$

$$V_T(x) = \int_0^x 4 \left(1 - \frac{\xi}{3}\right) d\xi = \left[4 \left(\xi - \frac{\xi^2}{6}\right)\right]_0^x$$

$$= 4x \left(1 - \frac{x}{6}\right) = -\frac{2x}{3}(x - 6)$$

$$M_T(x) = \int_0^x 4 \left(\xi - \frac{\xi^2}{6}\right) d\xi =$$

$$= \left[4 \left(\frac{\xi^2}{2} - \frac{\xi^3}{18}\right)\right]_0^x = 4x^2 \left(\frac{1}{2} - \frac{x}{18}\right)$$

$$V_{AB} = 5 + \frac{2x}{3}(x - 6) = 0,66x^2 - 4x + 5 \text{ kN}$$

$$M_{AB} = 5x - 4x^2 \left(\frac{1}{2} - \frac{x}{18}\right) = 5x + \frac{2x^2}{9}(x - 9)$$

$$M_{max} \rightarrow \frac{dM(x)}{dx} = V(x) = 0$$

$$V(x) = 0,66x^2 - 4x + 5 = 0$$

$$x = 1,76 \text{ m}$$

$$M_{max} = M_{AB}(x = 1,76) = 3,82 \text{ kN.m}$$

$$3 \leq x \leq 4$$

$$V_{BC} = 5 - \frac{1}{2}4.3 \rightarrow V_{BC} = -1 \text{ kN}$$

$$M_{BC} = 5x - \frac{1}{2}4.3.(x - 1)$$

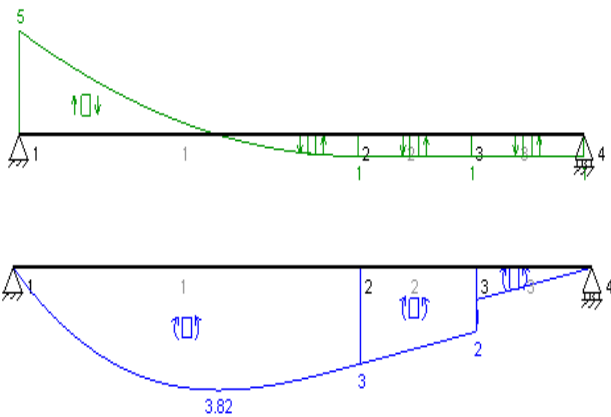
$$M_{BC} = -x + 6 \text{ kN.m}$$

$$3 \leq x \leq 4$$

$$V_{BC} = V_{CD} = -1 \text{ kN}$$

$$M_{CD} = x' = 5 - x$$

3. Diagramas de esfuerzo



4. Cálculo de los momentos de inercia

$$I_x = \frac{1}{12} \cdot 100^4 - \frac{1}{12} 80^4 = 4,92 \cdot 10^6 \text{ mm}^4$$

$$I_y = I_x \text{ (simetría)}$$

5. Tensiones normales

$$\sigma_{max} = \frac{M_{max} \cdot y_{max}}{I_x}$$

Donde:

σ : tensión normal (Pa)

M_x : momento aplicado en la sección (N.m²)

y : cota vertical (m)

I_x : momento de inercia respecto a x (m⁴)

La máxima tensión normal, que es la que nos interesa calcular ya que tenemos el límite del material a compresión (σ_Y^C) se da en la fibra superior de la sección, esto es en $y = 50 \text{ mm}$. La máxima tensión de tracción se daría con el mismo modulo en $y = -50 \text{ mm}$

$$\sigma_{max}^N = \frac{3,82 \cdot 10^3 \cdot 0,05 \text{ N.m}^2}{4,92 \cdot 10^6 \text{ m}^{-6}} = 38,82 \text{ MPa (C)}$$

Ahora comprobaremos si el material 1 puede soportar esta tensión con el coeficiente de seguridad pedido:

$$C_s = \frac{\sigma_Y}{\sigma_{all}} \rightarrow \sigma_{all} = \frac{300 \text{ MPa}}{8} = 37,5 \text{ MPa}$$

$38,82 > 37,5 \text{ MPa} \rightarrow$ luego el material #1 no cumple con el primer requisito. Veamos si lo cumple el material #2.

$$C_s = \frac{\sigma_Y}{\sigma_{all}} \rightarrow \sigma_{all} = \frac{320 \text{ MPa}}{8} = 40 \text{ MPa}$$

$38,82 < 40 \text{ MPa} \rightarrow$ el material 2 sí cumple el primer requisito.

6. Tensiones tangenciales

$$\tau = \frac{Q M_s}{I_x \cdot b(y)}$$

Donde:

τ : tensión tangencial (Pa)

Q : esfuerzo cortante aplicado en la sección (N)

M_s : momento estático de la sección (m³)

I_x : momento de inercia (m⁴)

$b(y)$: espesor (m)

El cortante máximo se da en el CM:

$$M_s = 100 \cdot 10 \cdot 45 + 2 \cdot 10 \cdot 40 \cdot 20 = 0,000061 \text{ m}^3$$

$$b(y) = 20 \text{ mm}$$

$$\tau_{max} = \frac{5 \cdot 10^3 \text{ N} \cdot 0,000061 \text{ m}^3}{4,92 \cdot 10^6 \text{ m}^{-6} \cdot 0,02 \text{ m}} = 3,1 \text{ MPa}$$

$$C_s = \frac{\tau_{max}}{\tau_{all}} \rightarrow \tau_{all} = \frac{50 \text{ MPa}}{10} = 5 \text{ MPa}$$

$3,1 < 5 \text{ MPa} \rightarrow$ se cumple también el segundo requisito, **luego el material que elegiremos será el número 2.**