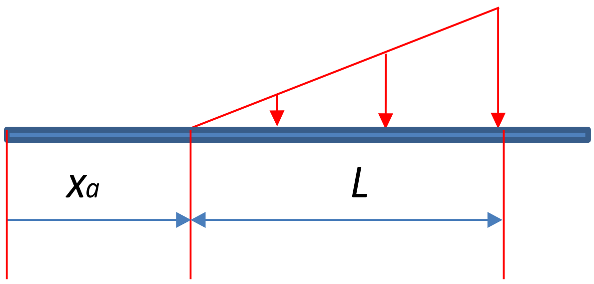
Determinar de forma razonada las expresiones genéricas del esfuerzo cortante y el momento flector que genera una distribución triangular tanto creciente como decreciente cuya máxima fuerza por unidad de longitud es q_0 kN/m, de longitud L metros y comienza en $x=x_a$.

a) Triangulo con carga creciente.



$$q(x) = \frac{q_0 x}{L}$$

$$V_T(x) = \int_0^{x-x_a} q(\xi).\,d\xi$$

$$V_T(x) = \int_0^{x-x_a} \frac{q_0 \xi}{L} d\xi = \left[\frac{q_0 \xi^2}{2L}\right]_0^{x-x_a}$$

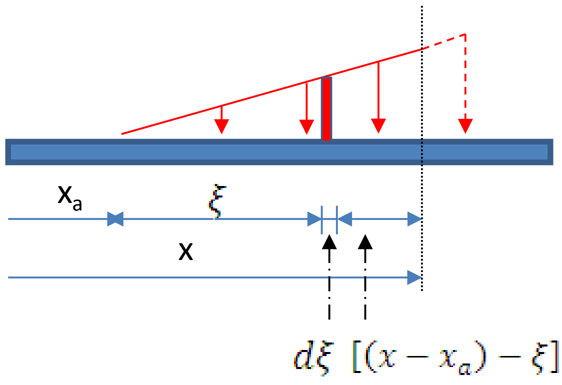
$$\mathbf{V_T(x) = \frac{q_0 (x-x_a)^2}{2L}}$$

$$M_T(x) = \int_0^{x-x_a} V(\xi).\,d\xi$$

$$M_T(x) = \int_0^{x-x_a} \frac{q_0 \xi^2}{2L} d\xi = \left[\frac{q_0 \xi^3}{6L}\right]_0^{x-x_a}$$

$$\mathbf{M_T(x) = \frac{q_0 (x-x_a)^3}{6L}}$$

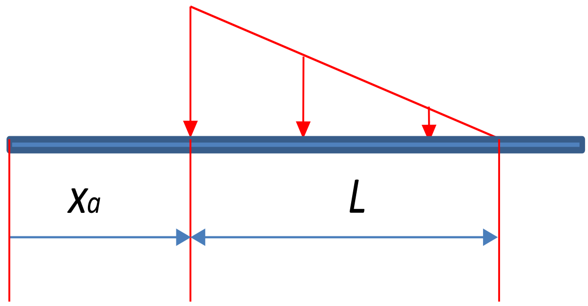
Ahora considerando que cada diferencial de elemento contribuye al momento, podemos sumar todas estas contribuciones integrando (segundo método):



$$M_T(x) = \int_0^{x-x_a} \frac{q_0 \xi}{L} [(x-x_a)-\xi] d\xi =$$

$$= \frac{q_0}{L}\left[\frac{\xi^2}{2}(x-x_a) - \frac{\xi^3}{3}\right]_0^{x-x_a} = \mathbf{\frac{q_0 (x-x_a)^3}{6L}}$$

b) Triangulo con carga decreciente.



$$q(x) = q_0\left(1 - \frac{x}{L}\right)$$

$$V_T(x) = \int_0^{x-x_a} q_0\left(1 - \frac{\xi}{L}\right) d\xi =$$

$$= \left[q_0\left(\xi - \frac{\xi^2}{2L}\right)\right]_0^{x-x_a} =$$

$$= q_0\left((x-x_a) - \frac{(x-x_a)^2}{2L}\right)$$

$$= q_0 (x-x_a)\left(\frac{2L-(x-x_a)}{2L}\right)$$

$$\mathbf{V_T(x) = q_0 \frac{(x-x_a)}{2L}(2L - x + x_a)}$$

$$M_T(x) = \int_0^{x-x_a} q_0\left(\xi - \frac{\xi^2}{2L}\right)d\xi =$$

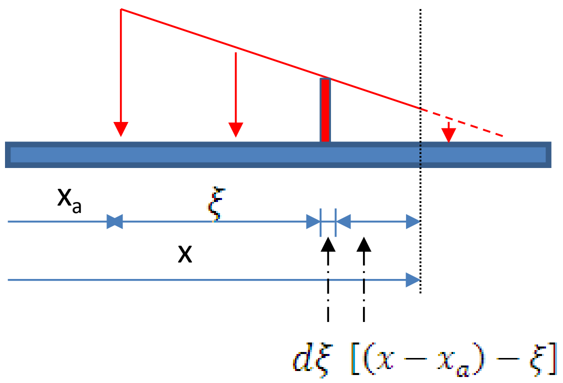
$$\left[q_0\left(\frac{\xi^2}{2} - \frac{\xi^3}{6L}\right)\right]_0^{x-x_a} =$$

$$q_0\left(\frac{(x-x_a)^2}{2} - \frac{(x-x_a)^3}{6L}\right)$$

$$= q_0(x-x_a)^2\left(\frac{3L-(x-x_a)}{6L}\right)$$

$$\mathbf{M_T(x) = q_0\frac{(x-x_a)^2}{6L}(3L - x + x_a)}$$

Empleando el segundo método:



$$M_T(x) = \int_0^{x-x_a} q_0\left(1 - \frac{\xi}{L}\right)[(x-x_a)-\xi]d\xi =$$

$$= q_0\int_0^{x-x_a}\left[(x-x_a) - \xi - \frac{\xi}{L}(x-x_a) + \frac{\xi^2}{L}\right]d\xi =$$

$$= q_0\int_0^{x-x_a}\left[(x-x_a) - \xi\left(\frac{L+x-x_a}{L}\right) + \frac{\xi^2}{L}\right]d\xi =$$

$$= q_0\left[(x-x_a)\xi - \frac{\xi^2}{2L}(L+x-x_a) + \frac{\xi^3}{3L}\right]_0^{x-x_a} =$$

$$= \frac{q(x-x_a)^2}{6L}[6L - 3(L+x-x_a) + 2(x-x_a)]$$

$$\mathbf{M_T(x) = \frac{q_o(x-x_a)^2}{6L}(3L - x + x_a)}$$